

Joanna Kisielińska, Urszula Skórnik-Pokarowska  
Katedra Ekonometrii i Informatyki SGGW  
e-mail: jkisielinska@mors.sggw.waw.pl, uskornik@mors.sggw.waw.pl

## **WYKORZYSTANIE LINIOWEJ FUNKCJI DISKRYMINACYJNEJ ORAZ METODY GŁÓWNYCH SKŁADOWYCH W PROCESIE DOBORU SPÓŁEK DO PORTFELA INWESTYCYJNEGO**

**Streszczenie:** W pracy omówiono przykłady zastosowania liniowej funkcji dyskryminacyjnej w doborze spółek do portfela inwestycyjnego. Pokazano, że nie zawsze metody związane z analizą dyskryminacji są skuteczne. Wskazano przykład zastosowania analizy dyskryminacji, który może być wykorzystywany w selekcji spółek do portfela inwestycyjnego. Ponadto, na przykładzie, przedstawiono sposób zastosowania metody głównych składowych i analizy skupień do analizy struktury zbioru spółek, który został poddany analizie dyskryminacji.

**Słowa kluczowe:** analiza dyskryminacyjna, metoda głównych składowych, analiza skupień, portfel inwestycyjny

### **WSTĘP**

Na GPW w Warszawie notowanych jest około 250 spółek. Dywersyfikacja ryzyka wymaga, aby w portfelu inwestycyjnym znalazło się od 5-10 spółek [Tarczyński i in. 2006]. Dlatego też niezwykle ważne są, z punktu widzenia inwestora, metody selekcji spółek do portfela inwestycyjnego. Najczęściej stosowane metody doboru spółek do portfela oparte są wyłącznie na analizie cen akcji. Obliczenie w oparciu o ceny akcji ich stóp zwrotu i różnych miar ryzyka, pozwala na optymalizację portfela poprzez rozwiązanie zadania programowania liniowego bądź programowania wypukłego. Dobór spółek do portfela może być także wykonany w oparciu o wskaźniki finansowe charakteryzujące spółkę giełdową, a metody wykorzystywane w takiej selekcji są metodami wielowymiarowej analizy danych.

Metody wielowymiarowej analizy danych, dzięki rozwojowi narzędzi komputerowych, są niezwykle ważne we współczesnej medycynie, biologii, genetyce, a także wielu innych dziedzinach a ich niezwykła skuteczność i przydatność znalazła już powszechne uznanie. Analiza dyskryminacji stosowana jest od wielu lat w naukach przyrodniczych oraz do celu prognozowania upadłości przedsiębiorstw [Altman 1968, Morrison 1990]. Jednakże zastosowanie tej metody do wyboru spółek wchodzących w skład średnioterminowego portfela inwestycyjnego nie jest często wykorzystywane.

W rozdziale drugim zilustrujemy powody słabej skuteczności pewnych modeli analizy dyskryminacji na polskim rynku kapitałowym. Zwrócimy także uwagę na modele analizy dyskryminacji, które mogą być wykorzystane w doborze spółek do portfela.

W rozdziale trzecim pokazemy, że analiza skupień i metoda głównych składowych, popularne w naukach przyrodniczych i badaniach marketingowych, zastosowane do analizy spółek opisywanych wskaźnikami finansowymi, mogą dostarczyć potencjalnemu inwestorowi cenne wskazówki pomocne w preselekcji portfela inwestycyjnego.

## WYKORZYSTANIE LINIOWEJ FUNKCJI DYSKRYMINACYJNEJ

Celem przeprowadzenia analizy dyskryminacji jest zbudowanie funkcji dyskryminacyjnej, której zmienne niezależne są wskaźnikami finansowymi, zaś wartość pozwoli zaklasyfikować rozważaną spółkę do jednej z dwóch grup spółek. Pierwszą grupę stanowią spółki atrakcyjne, drugą nieatrakcyjne z punktu widzenia inwestora. Rozważymy trzy propozycje klasyfikacji spółek i dla każdego przykładu zbudujemy model, funkcję dyskryminacyjną.

Pierwsza konstrukcja modelu polega na dokonaniu podziału grupy spółek na te, w przypadku których stopa zwrotu jest wyższa od mediany oraz pozostałe (o stopie zwrotu od mediany mniejszej). Taki podział został zainspirowany metodą i wynikami uzyskanymi przez Tarczyńskiego [Tarczyński 1995, 1996]. Do analizy wybrano 68 spółek spoza sektora bankowego, wchodzących w skład indeksu WIG. Analizę przeprowadzono dla wskaźników ekonomiczno - finansowych z roku 2004 i z I kwartału 2005 publikowanych przez Serwis Notoria. Zestaw wskaźników obejmował 8 wskaźników, charakteryzujących badane spółki, sugerowanych przez Tarczyńskiego i Łuniewską [Tarczyński i in. 2004, 2006], tj. stopę zwrotu z kapitału własnego (ROE), stopę zwrotu z aktywów (ROA), rotację należności (RN), rotację zapasów (RZap), rotację zobowiązań (RZob), rotację aktywów (RA), wskaźnik płynności bieżącej (WPB), stopę zadłużenia (SZ). Dodatkowo uwzględniono stopy zwrotu rozważanych spółek obliczone w oparciu o notowania cen akcji w pierwszym półroczu 2005.

Konstrukcję liniowej funkcji dyskryminacyjnej (LFD) przeprowadzono dla kilku wariantów. Ponieważ inwestor zainteresowany jest uzyskaniem wstępnej selekcji spółek do portfela inwestycyjnego, kryterium podziału spółek na dwie grupy związane było z medianą osiągniętych stóp zwrotu w każdym z trzech rozważanych okresów; I półrocze 2005, II kwartał 2005 i czerwiec 2005. Powodem uwzględnienia notowań akcji z okresów następujących po publikacji sprawozdań finansowych, była chęć sprawdzenia, czy ceny akcji zależne są od kondycji finansowej spółek.

Niestety otrzymane rezultaty dla sześciu scenariuszy, czyli wskaźników pochodzących z I kwartału 2005 i stóp zwrotu z kolejnych okresów, lub wskaźników z rok 2004 i stóp zwrotu z kolejnych okresów, nie przyniosły zadawalających rezultatów. Otrzymane funkcje dyskryminacyjne charakteryzowały się słabą zdolnością dyskryminacyjną. W każdym przypadku jedynie około 60 % spółek zostało sklasyfikowanych poprawnie. Takie wyniki nie dają podstaw do wykorzystania powstałych funkcji dyskryminacyjnych do celów prognozowania tendencji stóp zwrotów. Powodem słabej skuteczności analizy dyskryminacji w przypadku, gdy podział został uzyskany w oparciu o stopy zwrotu, może być fakt, że wartości stóp zwrotu zależą od okresów, dla których je liczone. Być może lepsze wyniki zostaną osiągnięte, jeśli oczekiwane stopy zwrotu zostaną zastąpione średnią z kilku scenariuszy a dodatkowo scenariusze wyznaczone będą dla różnych okresów następujących po publikacji raportów finansowych spółek. Warto zauważyć, że pod uwagę można wziąć inny zestaw wskaźników charakteryzujących spółki giełdowe, z uwzględnieniem wskaźnika ryzyka rynkowego  $\beta$  [Tarczyński 1996].

W pracach Tarczyńskiego i Łuniewskiej analiza dyskryminacyjna stosowana jest dla kryterium podziału związanego z syntetycznym miernikiem atrakcyjności inwestycji – TMAI, [Tarczyński i in. 2004, 2006]. TMAI jest miarą syntetyczną, dającą liniowy porządek spółek i uwzględniającą wyjściowe zmienne z wagami związanymi ze współczynnikami zmienności  $V_j$  wskaźników finansowych charakteryzujących spółki.

Drugi model klasyfikacji polegał na zbudowaniu funkcji dyskryminacyjnej dla wybranych przez nas 68 spółek w oparciu o kryterium związane z medianą TMAI. Otrzymana LFD dała dobre rezultaty. Ponad 80% spółek zostało zakwalifikowanych poprawnie. Wykorzystanie TMAI ma podobne zastosowanie jak wykonanie rankingu spółek np. uzyskanego przy pomocy pierwszej głównej składowej. Metody porządkowania liniowego spółek zostały przedstawione przez Skórnik-Pokarowską i Orłowskiego [Skórnik-Pokarowska 2006, Skórnik-Pokarowska i in. 2005]. Natomiast analiza dyskryminacyjna wykorzystująca TMAI nie może służyć do celów prognostycznych, gdyż miara TMAI uwzględnia wszystkie zmienne brane pod uwagę w konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej i nie wnosi wobec tego żadnego nowego kryterium stanowiącego jej podstawę.

W trzeciej konstrukcji modelu dokonano podziału spółek na dwie grupy w oparciu o medianę zysku przypadającego na jedną akcję. W grupie I znalazły się spółki, dla których zysk przypadający na jedną akcję był większy od mediany, w drugiej mniejszy. Wartość tego wskaźnika jest publikowana w raportach finansowych spółek. Pod uwagę wzięto 60 spółek notowanych na GPW w Warszawie. Wyznaczono LFD na podstawie wskaźników z roku 2004. Zysk przypadający na jedną akcję pobrano z raportów finansowych za I kwartał 2005. Otrzymana LFD postaci:

$$LFD=2,19ROE+4,95ROA+0,198RN-0,002RZap+0,007RZob-0,003RA+0,0005WPB+1,35SZ -1,22, \quad (1)$$

charakteryzowała się dobrą zdolnością dyskryminacyjną. Ponad 81% spółek zostało poprawnie zaklasyfikowanych (Tabela 1).

Tabela 1. Macierz klasyfikacji wyznaczona przez LFD.

		Przewidywana przynależność do grupy			
		Grupa I	Grupa II	Ogółem	Procent poprawnych klasyfikacji
Faktyczna przynależność do grupy	Grupa I	26	4	30	86,7
	Grupa II	7	23	30	76,7
	Razem	33	27	60	81,7

Źródło: obliczenia własne.

Standaryzowane współczynniki LFD, przedstawione w Tabeli 2, pozwalają ocenić znaczenie poszczególnych cech. Im współczynnik standaryzowany jest większy, co do bezwzględnej wartości, tym silniejszy jest wpływ zmiennej na przynależność do klasy. Wartości bezwzględne standaryzowanych współczynników LFD pozwalają zauważyć, że największy wkład indywidualny do funkcji dyskryminacyjnej i największą moc dyskryminacyjną mają ROE, ROA, SZ i RZob. Spółki o wysokiej wartości zysku na jedną akcję charakteryzują się wysokimi wartościami wskaźników ROA, ROE i SZ, a także niskimi wartościami wskaźnika RZob.

Tabela 2. Standaryzowane współczynniki LFD

ROE	0,51
ROA	0,48
WPB	0,19
RN	-0,10
RZap	0,22
RZob	-0,40
RA	0,09
SZ	0,43

Źródło: obliczenia własne.

W tabeli 3 przedstawiono współczynniki korelacji między poszczególnymi zmiennymi, a wyznaczoną LFD. Najsilniej z LFD skorelowane są wskaźniki ROA, ROE i RZob. Najsłabiej skorelowany jest wskaźnik RZap. Bezwzględne wartości współczynników korelacji określają znaczenie poszczególnych wskaźników w funkcji dyskryminacyjnej [Gatnar 1995].

Tabela 3. Macierz struktury.

ROA	0,826
ROE	0,793
RZob	-0,477
WPB	0,442
RN	-0,428
SZ	-0,362
RA	-0,330
RZap	0,325

Źródło: obliczenia własne.

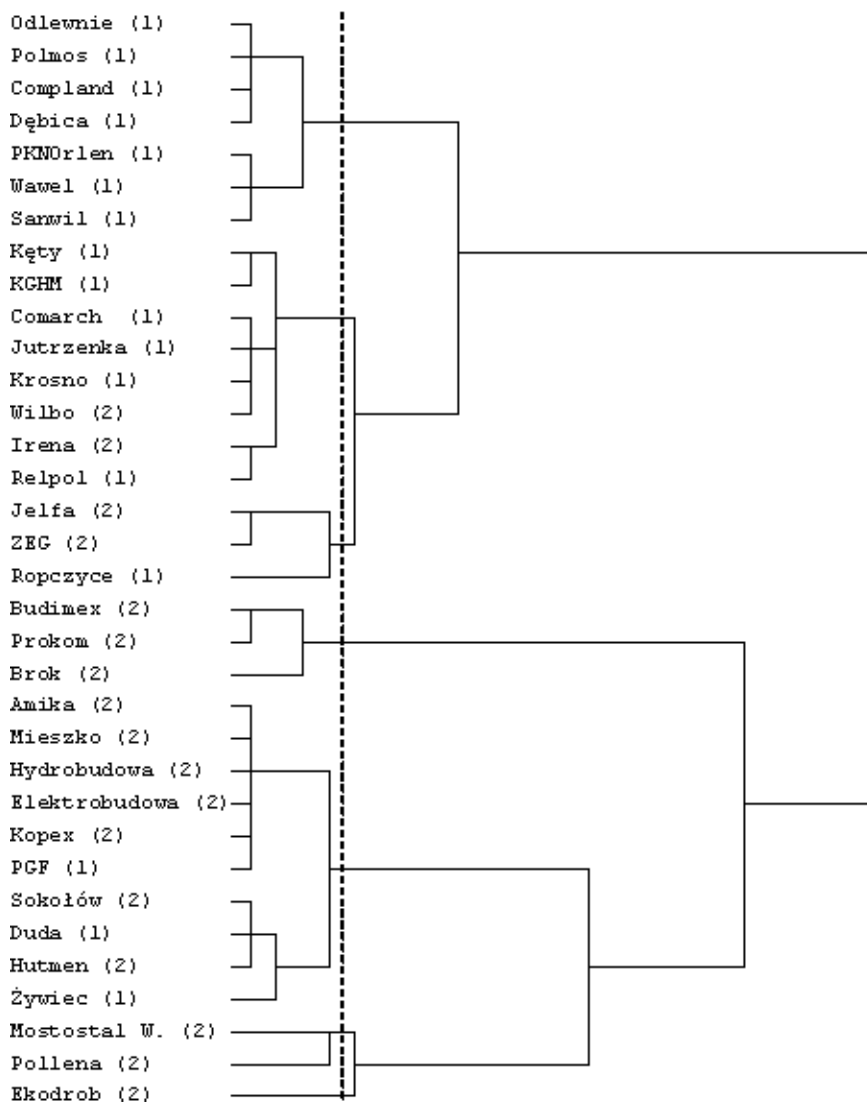
Otrzymaną funkcję LFD wykorzystano do prognozy przynależności do grup wybranych losowo 34 spółek. Dla spółek tych wykorzystano wartości wskaźników finansowych z I kwartału 2005.

Spółki, dla których wartość liniowej funkcji dyskryminacyjnej (1) są większe od 0, zostały zakwalifikowane do grupy I. Spółki, dla których wartość funkcji jest mniejsza od 0, przyporządkowano do grupy II. Skład portfela inwestycyjnego może być ustalony w oparciu o spółki, które zostały zaklasyfikowane do grupy I.

## WYKORZYSTANIE ANALIZY SKUPIEŃ I METODY GŁÓWNYCH SKŁADOWYCH

Metoda głównych składowych może być wykorzystywana do zidentyfikowania wskaźników finansowych wpływających w znacznym stopniu na podział spółek na grupy walorów podobnych do siebie [Skórnik-Pokarowska, 2006]. Stąd też przeprowadzenie analizy otrzymanych składowych uzupełniane jest z reguły analizą skupień.

W pracy zastosowano metodę głównych składowych i analizę skupień do 34 spółek charakteryzowanych przez wskaźniki finansowe za I kwartał 2005 i sklasyfikowanych przez LFD. Wykorzystano standaryzowaną macierz wyjściowych wartości wskaźników, kwadrat odległości euklidesowej i hierarchiczną metodę grupowania Warda. Otrzymano podział na grupy spółek podobnych, który przedstawiono na Rysunku 1. Wyróżniono 7 skupień spółek podobnych do siebie z punktu widzenia analizy fundamentalnej. Można zauważyć, że najbardziej do siebie podobne spółki zostały zakwalifikowane przez funkcję dyskryminacyjną do tej samej grupy



Rysunek 1. Dendrogram otrzymany metodą Warda. Pionowa przerywana linia wyznacza 7 skupień spółek podobnych.

Kolejno, na podstawie standaryzowanej macierzy wskaźników charakteryzujących wybrane spółki, wyróżniono 2 składowe główne odpowiadające większym od jedności wartościom własnym i wyjaśniające łącznie 69% całkowitej zmienności wyjściowych zmiennych. W Tabeli 4 przedstawiono wartości współczynników korelacji między wyjściowymi zmiennymi a dwoma wyróżnionymi składowymi głównymi. Z pierwszą składową główną najsilniej skorelowane są wskaźniki ROE, ROA oraz RZob. Te wskaźniki najbardziej

różnicują badane spółki odnośnie dwóch pierwszych składowych głównych. Najslabiej z pierwszą składową skorelowany jest wskaźnik RZap.

Tabela 4. Macierz składowych głównych.

Wskaźnik	Składowa główna	
	1	2
Stopa zwrotu z kapitału własnego (ROE)	-0,742	0,377
Stopa zwrotu z aktywów (ROA)	-0,831	0,157
Wskaźnik płynności bieżącej (WPB)	-0,529	0,483
Rotacja należności (RN)	0,696	0,592
Rotacja zapasów (RZap)	-0,173	0,520
Rotacja zobowiązań (RZob)	0,836	0,404
Rotacja aktywów (RA)	0,577	0,695
Stopa zadłużenia (SZ)	0,594	-0,664
Wartość własna	3,42	2,11
Procent wyjaśnionej wariancji	42,7	26,3
Skumulowany % wyjaśnionej wariancji	42,7	69,1

Źródło: Obliczenia własne.

Obliczono średnie wartości wskaźników charakteryzujących się dużą zdolnością dyskryminacyjną dla poszczególnych skupień. Wyniki przedstawiono w Tabeli 5.

Tabela 5. Średnie wartości wskaźników w poszczególnych skupieniach.

Grupa	ROE	ROA	WPB	RN	RZob	RA	SZ
1	0,211	0,126	2,595	61,600	60,529	220,171	0,372
2	0,113	0,063	1,702	75,725	109,138	351,750	0,417
3	0,052	0,037	2,692	116,633	107,467	447,167	0,223
4	-0,060	-0,027	1,411	174,367	217,333	771,667	0,493
5	0,077	0,033	1,132	66,590	103,700	236,200	0,560
6	-0,525	-0,204	1,187	122,450	152,250	385,550	0,642
7	-0,937	-0,025	0,737	43,700	89,200	148,300	0,984

Źródło: obliczenia własne.

Zauważmy, że spółki należące do skupienia 1 zostały zaklasyfikowane przez funkcję dyskryminacyjną do pierwszej grupy. Średnie wartości wskaźników ROA i ROE są dla tej grupy najwyższe. Oznacza to, że spółki, które znajdują się w skupieniu 1 charakteryzują się wysokimi wartościami ROA i ROA. Dodatkowo, charakteryzują się one niskimi wartościami wskaźników RN, RZB i SZ. Można przypuszczać, że spółki, które należą do tego skupienia (Odlewnie, Polmos, Compland, Dębica, PKNOrlen, Wawel, Sanwil) są atrakcyjne dla inwestora i mogą być wzięte pod uwagę w konstrukcji portfela inwestycyjnego. Wysokimi wartościami wskaźników ROE i ROA charakteryzują się także spółki należące do skupienia 2 (Kęty, KGHM, Comarch, Jutrzenka, Krosno, Wilbo, Irena, Relpol).

Dla spółek tych wskaźniki RZob, RA i SZ są wyższe niż dla spółek w skupieniu 1. Spółki należące do skupienia 4 charakteryzują się niskimi wartościami wskaźników ROE i ROA. Wszystkie zostały zaklasyfikowane przez LFD do grupy II. Można uważać, że spółki te nie powinny znaleźć się w portfelu inwestycyjnym.

## WNIOSKI

Metody wielowymiarowej analizy danych lub analizy porównawczej mogą być narzędziem pomagającym w doborze spółek do średnioterminowego portfela inwestycyjnego.

Analiza dyskryminacyjna w przypadku kryterium podziału opartego na zysku przypadającym na jedną akcję, może być dobrą metodą pozwalającą na dokonanie wstępnej selekcji dużego zbioru spółek. Dodatkowe zastosowanie metody głównych składowych i analizy skupień pozwala na dokładniejsze zbadanie różnorodności rozważanych spółek i wyróżnienie konkretnych spółek, które mogą znaleźć się w portfelu inwestycyjnym.

Słaba skuteczność analizy dyskryminacyjnej, w przypadku, gdy kryterium podziału oparte jest na stopie zwrotu, wymaga dalszej analizy. Zastosowanie średniej stóp zwrotu z kilku scenariuszy może znacznie polepszyć otrzymane rezultaty.

## LITERATURA

- Altman E. I. (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy *Journal of Finance*, 23, str. 589-609
- Gatnar E. Klasyfikacja danych za pomocą pakietu statystycznego SPSS for Windows, Wydawnictwo PLJ, Warszawa
- Morrison D. F. (1990), Wielowymiarowa Analiza Statystyczna, PWN, Warszawa.
- Skórnik-Pokarowska U. (2006), Konstrukcja portfela skoncentrowanego jako efektywnego portfela inwestycyjnego, MPaR'05, Katowice 2006, str. 191-201
- Skórnik-Pokarowska U. Orłowski A. (2005), Konstruowanie portfela akcji na podstawie ekonometrycznych prognoz wskaźników finansowych spółek giełdowych, *Dynamiczne Modele Ekonometryczne, Materiały z IX, Ogólnopolskiego Seminarium Naukowego*, Toruń, str. 53-59
- Tarczyński W. (1996), Analiza dyskryminacyjna na giełdzie papierów wartościowych, *Przegląd statystyczny, Zeszyt 1-2*
- Tarczyński W., Łuniewska M. (2004), Dywersyfikacja ryzyka na polskim rynku kapitałowym, Placet, Warszawa
- Tarczyński W., Łuniewska M. (2006), Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym, PWN, Warszawa
- Tarczyński W., Łuniewska M. (2006) Ograniczenie ryzyka inwestycji na rynku kapitałowym – dywersyfikacja pionowa i pozioma, MPaR'05, Katowice 2006, str. 219-227



**Application of the linear discriminant function and the principal component method to the selection of companies for the investment portfolio**

**Summary:** In the paper examples of application of the linear discriminant function (LDF) to the investment portfolio selection were discussed. It was shown that methods connected with the discriminant analysis may not always be effective. An example of a successful discriminant analysis application to portfolio selection was given. An example was given to show how the PCM and cluster analysis can be used in the diversity examination in the set of companies subject to linear discriminant function.

**Key words:** Discriminant analysis, PCM, cluster analysis, investment portfolio